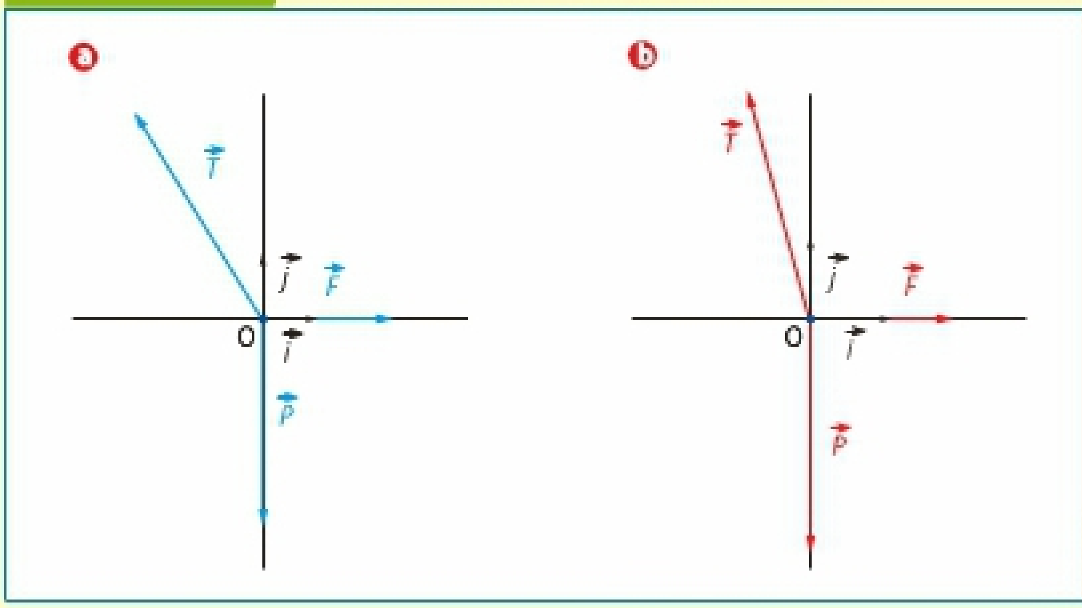
Avant d'aborder la séquence 2

Évaluation diagnostique

Pour chaque situation présentée, proposer une réponse en argumentant.

Situation 1

Pour vérifier l'indispensable



Après avoir réalisé un bilan des actions mécaniques qui s'exercent sur un système, on modélise généralement ces actions par des vecteurs force.

De ces deux représentations, quelle est celle où la somme des vecteurs n'est pas égale au vecteur nul ?

Activité 1, p. 148

Situation 2

Pour amorcer la réflexion

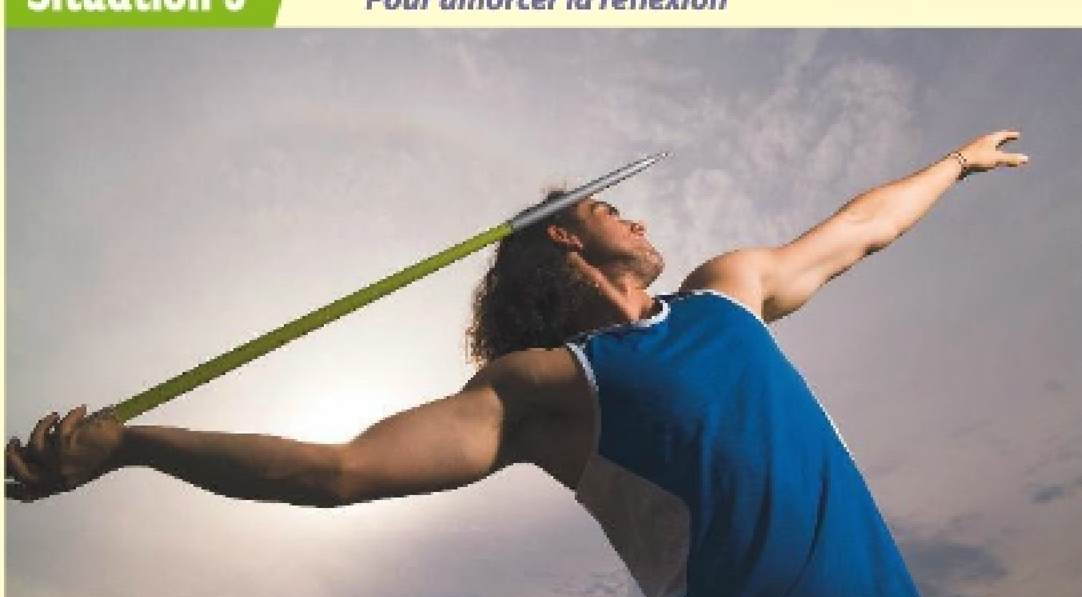
La radiothérapie est une technique de traitement de certains cancers. Les rayons qui détruisent les cellules cancéreuses sont produits par des accélérateurs de particules.

Quel dispositif permet d'accélérer les particules chargées ?

Activité 2, p. 149

Situation 3

Pour amorcer la réflexion



Dans de nombreux sports de lancer comme le javelot, il faut envoyer le projectile le plus loin possible.

Doit-on donner au javelot une direction particulière pour le projeter le plus loin possible ?

Activités 3 et 4, p. 150 et 151

Champ de force et mouvement

Le champ de pesanteur est à l'origine du mouvement de ces gouttes d'eau qui, propulsées vers le haut, terminent toutes leur mouvement sur le sol.

Les acquis des classes précédentes

- Le champ de pesanteur $\vec{g}$ est **vectoriel**, il est défini par la relation : $\vec{g}=\dfrac{\vec{P}}{m}$.

Il est considéré comme **uniforme** dans un domaine restreint au voisinage de la Terre.

- Le champ électrostatique $\vec{E}$ est **vectoriel**, il est défini par la relation : $\vec{E}=\dfrac{\vec{F}}{q}$.

Dans un condensateur plan, il est **uniforme**.

Les compétences à acquérir

1. **Connaître** et **exploiter** la deuxième loi de Newton.
2. **Étudier** un mouvement dans un champ de pesanteur.
3. **Étudier** un mouvement dans un champ électrostatique.

→ **Culture scientifique**
Les accélérateurs de particules

Activité 1

Activité de découverte

Le téléski

Compétences scientifiques évaluées
- Extraire une information utile.
- Associer un modèle à un phénomène.

Lorsqu'un skieur utilise un téléski pour remonter une pente, sa vitesse peut varier, tout comme la force qui modélise l'action de la perche du téléski sur lui. Existe-t-il un lien entre ces deux grandeurs ?

Étude de documents

Le système étudié {skieur + équipement} a une masse $m = 85$ kg, la piste est plane et, à l'altitude de la station de ski, l'intensité de pesanteur a pour valeur $g_0 = 9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Sur la **figure 2**, la situation est modélisée. Dans les **figures 3 et 4**, on représente les forces modélisant les actions mécaniques s'exerçant sur le système dans deux situations différentes.

Fig. 1 Situation réelle : un skieur utilisant un téléski.

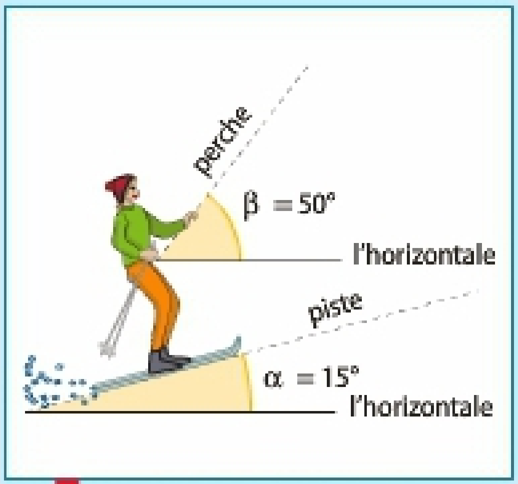


Fig. 2 Modélisation de la situation.

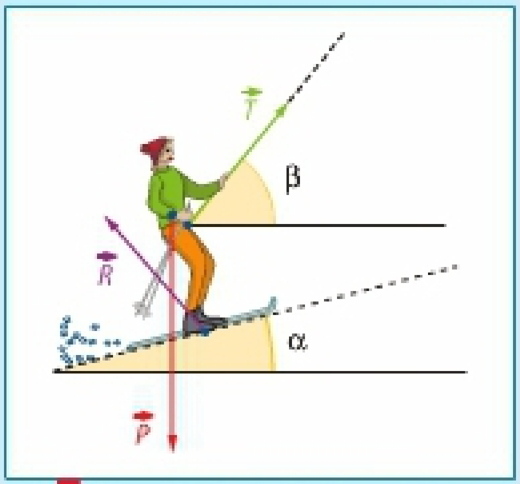


Fig. 3 Représentation des forces dans la situation 1.

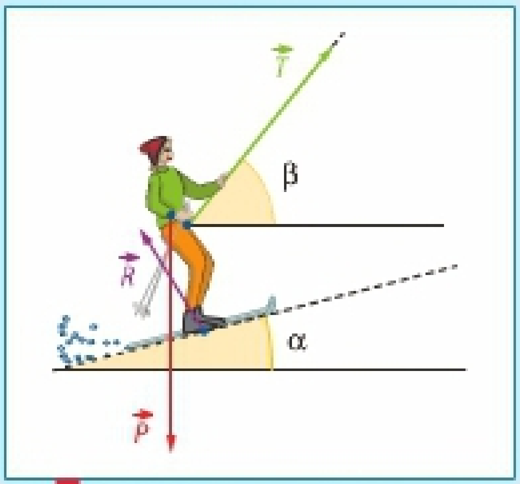


Fig. 4 Représentation des forces dans la situation 2.

Pistes de réflexion

1 Dans quel référentiel étudie-t-on le mouvement du système ?

2 Quelles actions mécaniques modélisent les forces représentées ?

3 **Situation 1**

Le skieur remonte la piste à vitesse constante.

a. Construire sur un schéma la somme vectorielle des forces représentées.

Cette somme vectorielle se nomme la résultante des forces et se note $\Sigma\vec{F}$.

b. Que vaut $\Sigma\vec{F}$? Que peut-on en déduire concernant les actions mécaniques s'exerçant sur le système ?

c. Ce système est-il pseudo-isolé ?

d. En déduire les caractéristiques du vecteur quantité de mouvement $\vec{p}_1$ du centre d'inertie du système.

4 **Situation 2**

Pendant une durée Δt très courte, certaines actions mécaniques s'exerçant sur le système sont modifiées. On considère les forces modélisant ces actions, de valeur constante sur cette durée. La vitesse du système augmente alors.

a. Quelles sont les deux forces représentées qui ont été modifiées par rapport à la situation 1 ?

b. Construire sur un schéma la somme vectorielle de ces forces. Quelles sont les caractéristiques de $\Sigma\vec{F}$?

c. Le système est-il pseudo-isolé ?

d. Le vecteur quantité de mouvement $\vec{p}_2$ a-t-il varié par rapport à $\vec{p}_1$? Donner les caractéristiques du vecteur $\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$.

Pour conclure

5 Pendant la durée Δt, quelles sont les caractéristiques communes des vecteurs $\Sigma\vec{F}$ et $\Delta\vec{p}$?

Activité 2

Un accélérateur linéaire

Activité documentaire

Compétences scientifiques évaluées
- Extraire une information utile.
- Communiquer et argumenter en utilisant un vocabulaire scientifique adapté.

Pour sonder la matière, la technologie apporte bien des solutions, notamment les accélérateurs de particules, qui produisent des ions ou des électrons de très hautes énergies.

Étude de document

La composition chimique de la matière constituant des objets d'art ou d'archéologie permet d'identifier un matériau, son origine ou son authenticité, et de prévoir une éventuelle restauration. Le Laboratoire des musées de France dispose de plusieurs techniques d'analyse, dont certaines font appel à des équipements de pointe comme l'AGLAE : l'Accélérateur Grand Louvre d'Analyse Élémentaire, situé dans les sous-sols du musée du Louvre.

Cet appareil est un accélérateur linéaire électrostatique de type tandem de 2 MV. Il produit un faisceau d'ions monoatomiques qui est envoyé sur l'objet à étudier. Celui-ci émet des particules en retour ; elles sont analysées et les chercheurs en déduisent la nature des éléments chimiques se trouvant à la surface de l'objet **(Fig. 1)**. Les avantages de cette technique sont sa rapidité et son caractère non destructif vis-à-vis des œuvres.

Fig. 1 L'analyse d'un « scribe égyptien ».

Le principe de fonctionnement d'un accélérateur de type tandem est résumé sur la **figure 2**.

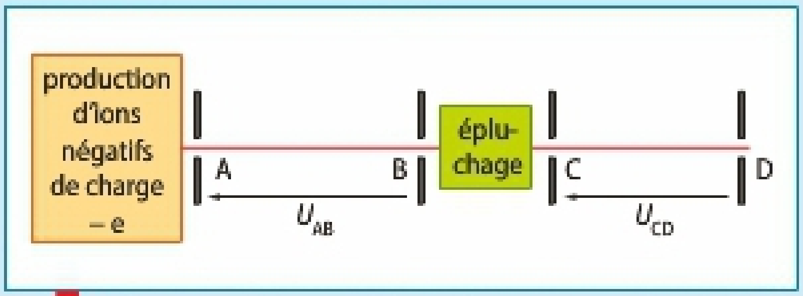


Fig. 2 Schéma de fonctionnement d'un accélérateur type tandem.

On utilise par exemple, des atomes d'hydrogène H ($Z = 1$), qui sont transformés en ions négatifs de charge $q = -$ e, puis soumis à un champ électrostatique créé par la tension $U = |U_{AB}| = 2{,}0$ MV entre les deux armatures A et B d'un condensateur plan. Au centre du dispositif, entre B et C, les ions sont « épluchés » pour devenir des ions positifs de charge $q' =$ e, qui sont soumis à une nouvelle tension $U = |U_{CD}|$.

On dispose des données suivantes :

– l'énergie cinétique, en J, acquise par une particule de charge q soumise à une tension électrique U est $\Delta E_c = |q| \cdot U$, où q est exprimé en C et U en V. On l'exprime souvent en électronvolt (1 eV $= 1{,}60 \times 10^{-19}$ J) ;

– la masse d'un atome d'hydrogène est $m = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg ;

– la charge élémentaire a pour valeur e $= 1{,}60 \times 10^{-19}$ C.

Pistes de réflexion

1 **a.** Quel est le champ qui agit sur les ions produits par l'accélérateur ? Quel autre champ néglige-t-on ?

b. Quel est donc obligatoirement le type de particule que l'on doit utiliser dans ces accélérateurs ?

2 **a.** Quels sont les ions accélérés entre les armatures A et B ? Quelle est l'armature chargée positivement ?

b. Sur un schéma, représenter le vecteur champ et le vecteur force responsable du mouvement des particules entre A et B.

3 **a.** Calculer, en MeV, l'énergie cinétique acquise par un ion en B.

b. En admettant que les ions entrent en A sans vitesse initiale ($v_A = 0$), calculer la vitesse v_B d'un ion en B.

4 **a.** Entre B et C, quelle(s) particule(s) élémentaire(s) l'éplucheur enlève-t-il de l'ion incident ?

b. De combien de particules élémentaires l'ion est-il ainsi « épluché » ?

5 **a.** Quelle est, de C ou de D, l'armature chargée positivement ?

b. Représenter sur un schéma le vecteur champ et le vecteur force responsable du mouvement des ions entre C et D.

6 **a.** Comparer la vitesse des ions entre C et D.

b. En supposant que la vitesse des ions ne varie pas entre B et C, comparer leurs vitesses entre A et D.

Pour conclure

7 Justifier le nom d'accélérateur électrostatique linéaire donné à cet appareil.

Activité 3

Démarche d'investigation

Compétences scientifiques évaluées
- Identifier les paramètres jouant un rôle dans un phénomène physique.
- Questionner les résultats d'une démarche.

Un record de saut en longueur

Quels que soient les objets lancés dans un champ de pesanteur, leurs mouvements possèdent des caractéristiques communes.

Pour commencer (situation déclenchante)

Les tentatives pour battre les records mondiaux de saut en longueur avec une voiture, une moto ou même en rollers se multiplient.

Pour le réveillon du jour de l'An 2010, Travis Pastrana, pilote américain de motocross et de voiture de rallye, établit un nouveau record du monde de saut en longueur à l'aide d'une voiture de rallye.

Il pulvérise ainsi le dernier record de 171 pieds, détenu depuis 2006 par son ami Ken Block, en réalisant un saut de 269 pieds. Cet exploit est représenté **figure 1**.

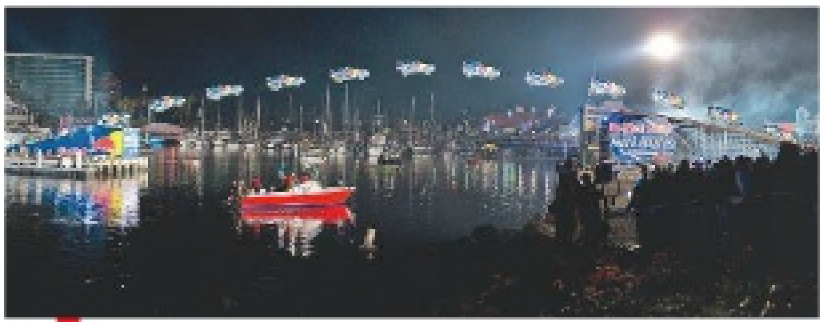


Fig. 1 Chronophotographie du saut.

Pour ce type de saut, la voiture démarre de A **(Fig. 2)**, puis accélère pour atteindre une vitesse maximale en B sur une piste rectiligne (de A à B). Elle accède à un tremplin de lancement (BC) qui permet de réaliser le saut, et qui fait un angle α (appelé angle de tir) par rapport à l'horizontale. La voiture peut alors atterrir sur un tremplin de réception (DE), qui permet une réception moins dangereuse.

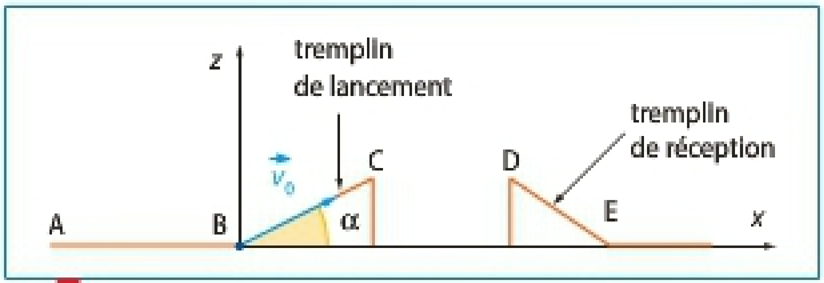


Fig. 2 Schéma de principe du saut.

Investigation

Quelles caractéristiques liées à la voiture ou au mode opératoire utilisé pour le saut pourrait-on modifier pour battre ce record ?

Quelques idées (hypothèses)

Voici les idées exprimées par quelques élèves :

– Malik : « *Il faut sûrement alléger la voiture.* »

– Vesna : « *Oui, ou alors aller plus vite avant le saut.* »

– Arielle : « *Pourquoi ne pas sauter plus haut au départ ?* »

Étude de document (recherche de validation)

La voiture mesure 4,4 m de long. Chaque position successive G_i du centre d'inertie de la voiture est séparée ci-dessus par un intervalle de temps $\Delta t = 0{,}20$ s. La position G_0 n'est pas représentée, elle correspond à l'instant où la voiture arrive au bas du tremplin de lancement, prise pour origine du temps $t = 0$ dans le repère (B ; x, z) représenté sur la **figure 2**.

La valeur de l'intensité de pesanteur est $g_0 = 9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Description du mouvement

1 Quel est le référentiel d'étude ?

2 Quelle information donne la **figure 1** au sujet de la valeur de la vitesse au cours du saut ?

3 Quel est le mouvement de G ?

Étude du mouvement

4 À partir des documents, déterminer la valeur de la vitesse $v = v_0$ de G pendant le saut.

5 **a.** Reproduire le document ci-dessus, éventuellement à l'aide d'un papier calque, et tracer en G_2 et G_4 le vecteur vitesse $\vec{v}$ en utilisant une échelle appropriée.

b. Tracer le vecteur $\Delta\vec{v}$ en G_3.

c. En déduire la valeur de l'accélération, puis tracer en G_3 le vecteur accélération de G, $\vec{a}$, en utilisant une échelle adaptée. Comparer $\vec{a}$ au champ de pesanteur local $\vec{g}_0$.

d. Écrire les coordonnées a_x et a_z de $\vec{a}$ en fonction de g_0.

6 **a.** Établir, en fonction de v_0 et α, les coordonnées v_{0x} et v_{0z} de la vitesse à $t = 0$.

b. Donner l'expression des coordonnées v_x et v_z de la vitesse à partir des coordonnées de $\vec{a}$.

c. Donner l'expression des coordonnées $x(t)$ et $z(t)$ du vecteur position à partir des coordonnées de $\vec{v}$.

7 En éliminant le temps entre $x(t)$ et $z(t)$, déterminer l'équation de la trajectoire $z = f(x)$.

Pour conclure

8 À l'aide de l'équation de la trajectoire, indiquer quels paramètres on pourrait modifier pour battre ce record.

Activité 4

TP Activité expérimentale

Compétences expérimentales évaluées
- Écrire le résultat d'une mesure.
- Analyser un résultat expérimental.

Animation

E2i Mouvement d'un projectile

Un projectile est un objet projeté qui est destiné à atteindre une cible et/ou à parcourir une distance précise. Son mouvement va dépendre des conditions du lancer.

Principe

L'étude du mouvement d'un projectile qui ne dispose pas d'un mode de propulsion propre se nomme la *balistique*.

Si le mouvement du centre d'inertie du projectile est parabolique, il n'est alors soumis qu'au champ de pesanteur local $\vec{g}_0$, considéré comme uniforme. Le projectile est considéré en chute libre, on néglige ainsi la poussée d'Archimède et les frottements dus à l'air.

L'équation d'une parabole dans un repère orthonormé (O ; x, y) est de la forme : $y = ax^2 + bx + c$.

Le mouvement d'une balle de golf de masse m est filmé, puis étudié à l'aide d'un logiciel de pointage et d'un tableur-grapheur. L'intensité de pesanteur est $g_0 = 9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Mise en œuvre au laboratoire

Matériel
- balle • webcam ou tout appareil muni d'une fonction vidéo • tableau blanc muni d'une règle • logiciel de pointage et de traitement des données • tableur-grapheur

- Lancer la balle avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ faisant un angle α avec le plan horizontal. Filmer son mouvement en s'aidant des consignes données par la figure ci-dessous.

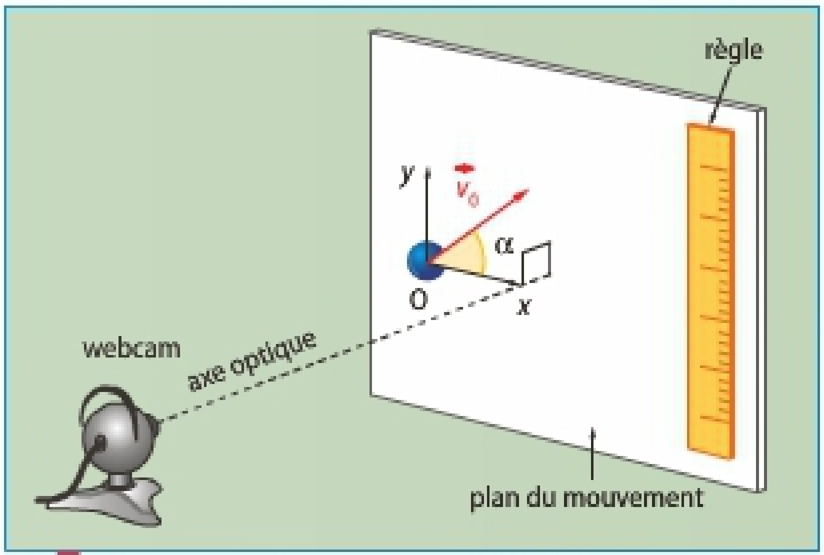


Fig. 1 Position de la webcam.

1 Rappeler l'utilité de la position particulière de la webcam par rapport au plan du mouvement et de la toise.

Mesures

- Ouvrir le logiciel de pointage, puis le fichier correspondant au mouvement filmé. Le mouvement est étudié à partir de l'image où la balle n'est plus en contact avec la main du lanceur.

2 Préciser les réglages à effectuer avant de commencer l'étude du mouvement du centre d'inertie G de la balle.

- Pointer le centre d'inertie de la balle jusqu'à ce qu'il passe au niveau de l'axe des abscisses du repère choisi.

3 Quelles sont les grandeurs mesurées par le logiciel ?

Exploitation des enregistrements

- Transférer les données vers le logiciel tableur-grapheur. À partir des valeurs de x et y, tracer le graphe $y = f(x)$, qui correspond à la trajectoire du centre d'inertie de la balle.

4 **a.** En utilisant l'outil de modélisation du logiciel, modéliser la trajectoire par une parabole et faire apparaître l'équation de la trajectoire.

Pour savoir si ce modèle est adapté pour décrire la trajectoire trouvée expérimentalement, les tableurs proposent de calculer le coefficient de corrélation r (ou de détermination r^2) ou le pourcentage d'écart p. Si r (ou r^2) est proche de la valeur + 1 ou si p est proche de 0 %, le modèle est adapté.

b. Indiquer si le modèle retenu pour décrire la trajectoire est adapté.

- Tracer les courbes $x(t)$ et $y(t)$ à l'aide du logiciel.

5 En utilisant l'outil de modélisation, établir leur équation.

6 **a.** Sachant que $v_x(t) = \dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}$ et que $v_y(t) = \dfrac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}$, donner l'expression des coordonnées de la vitesse en fonction du temps t.

b. Pour $v_y(t)$, proposer une formule qui permettra au tableur de calculer les valeurs de la vitesse v_y aux différents instants t.

c. À l'aide de ces résultats, trouver les valeurs des coordonnées $v_x(0)$ et $v_y(0)$ du vecteur vitesse à l'instant $t = 0$.

d. En déduire les valeurs de la vitesse v_0, puis de l'angle α.

7 **a.** Calculer les coordonnées du vecteur accélération, sachant que $a_x = \dfrac{\mathrm{d}v_x(t)}{\mathrm{d}t}$ et $a_y = \dfrac{\mathrm{d}v_y(t)}{\mathrm{d}t}$.

b. Quelle est la valeur de l'accélération ? La comparer à la valeur de g_0 en calculant l'écart relatif entre ces deux valeurs.

Pour conclure

8 **a.** Peut-on considérer la balle en chute libre ?

b. Quelle est la seule action mécanique qui s'exerce sur elle ?

9 Exprimer la relation entre le vecteur accélération $\vec{a}$ du centre d'inertie de la balle et le vecteur champ de pesanteur $\vec{g}_0$.

Cours

1 *La deuxième loi de Newton*

› Activité 1

• Forces et quantité de mouvement

La résultante des forces, notée $\Sigma\vec{F}$, est la somme vectorielle des forces modélisant les actions mécaniques qui s'exercent sur un système.

Exemple

Une balle de golf frappée par un club est soumise à trois actions mécaniques modélisées par les forces : $\vec{P}$, $\vec{F}_{\text{tee/balle}}$ et $\vec{F}_{\text{club/balle}}$ (Fig. 1).

La résultante des forces s'écrit : $\Sigma\vec{F} = \vec{P} + \vec{F}_{\text{tee/balle}} + \vec{F}_{\text{club/balle}}$.

Comme le poids et l'action exercée par le tee se compensent, il vient :

$\vec{P} + \vec{F}_{\text{tee/balle}} = \vec{0}$, soit $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{\text{club/balle}}$.

Tout se passe comme si la seule action mécanique exercée sur la balle était celle du club. C'est elle qui met la balle en mouvement.

Lorsque la résultante des forces n'est pas nulle, le système étudié n'est ni isolé ni pseudo-isolé. D'après la première loi de Newton, sa quantité de mouvement n'est donc pas constante.

Dans un référentiel galiléen, pendant une durée Δt, la variation du vecteur quantité de mouvement $\Delta\vec{p}$ d'un système non isolé est proportionnelle à la résultante des forces $\Sigma\vec{F}$:

$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \Sigma\vec{F}$$

- p en $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
- t en seconde (s)
- F en newton (N)

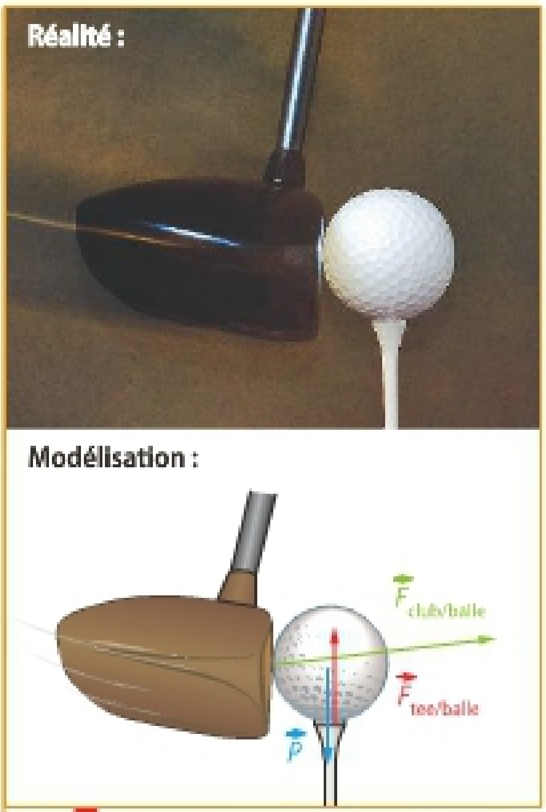


Fig. 1 Représentation des forces s'exerçant sur une balle de golf mise en mouvement par un club.

• Énoncé de la deuxième loi de Newton

Si la résultante des forces n'est pas constante dans le temps, il faut réduire la durée Δt à un intervalle de temps infinitésimal, sur lequel $\Sigma\vec{F}$ pourra être considérée comme constante :

$$\Sigma\vec{F} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

Cette limite correspond à la dérivée du vecteur quantité de mouvement par rapport au temps.

Deuxième loi de Newton : dans un référentiel galiléen, la résultante des forces appliquée à un système est égale à la dérivée par rapport au temps du vecteur quantité de mouvement du centre d'inertie de ce système :

$$\Sigma\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Comme, par définition, $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ où m et $\vec{v}$ sont la masse et la vitesse du centre d'inertie du système, il vient :

$$\Sigma\vec{F} = \frac{d(m \cdot \vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m \cdot \vec{a}$$

où $\vec{a}$ est l'accélération du centre d'inertie du système.

La deuxième loi de Newton peut donc aussi s'écrire :

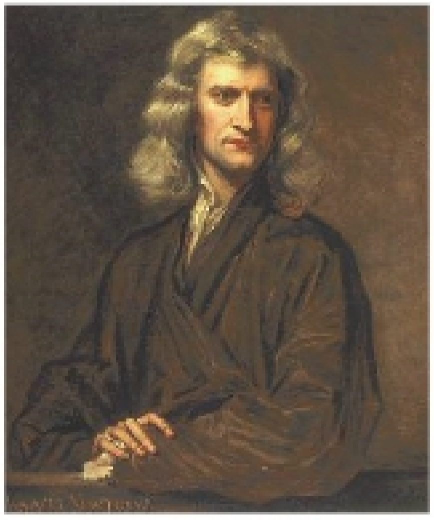
$\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a}$, avec a en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ et F en N.

$\vec{a}$ et $\Sigma\vec{F}$ sont des vecteurs colinéaires.

➥ Exercices 1 à 6

Sciences et culture

Isaac Newton



C'est dans le premier volume de son ouvrage *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, rédigé en 1687, que le savant anglais Isaac Newton (1642-1727) énonce ses trois lois, ainsi que celle de la gravitation universelle.

La deuxième loi de Newton est également connue sous le nom de « théorème du centre d'inertie ».

2 Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme

› Activités 3 et 4

Dans un domaine restreint au voisinage de la Terre, on peut considérer que le champ de pesanteur est **uniforme** (Fig. 2) et est décrit par des vecteurs $\vec{g}_0$.

On étudie le mouvement du centre de gravité d'un système quelconque de masse m au voisinage de la Terre. Ce système est lancé de O dans un plan (xOz) avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ faisant un angle α avec l'horizontale. L'étude est effectuée dans le référentiel terrestre, considéré comme galiléen.

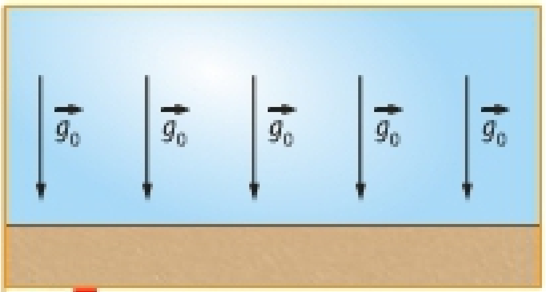


Fig. 2 Le champ de pesanteur est uniforme au voisinage de la Terre.

Vecteur accélération

On se place dans un **repère** d'espace orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ (Fig. 3).

Dans un tel repère, on a : $\vec{g}_0\begin{cases}g_{0x}=0\\g_{0y}=0\\g_{0z}=-g_0\end{cases}$ et : $\vec{v}_0\begin{cases}v_{0x}=v_0\cdot\cos\alpha\\v_{0y}=0\\v_{0z}=v_0\cdot\sin\alpha\end{cases}$

En négligeant toutes les actions mécaniques dues à l'air, la seule action mécanique qui agit sur l'objet est celle qui résulte du champ de pesanteur et qui se modélise par le poids de l'objet : $\vec{P}=m\cdot\vec{g}_0$.

D'après la **deuxième loi de Newton**, on peut écrire : $\dfrac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}=\vec{P}=m\cdot\vec{g}_0$.

En notant $\vec{v}$ et $\vec{a}$ les vitesses et accélération du centre d'inertie G du système, on a donc :

$$\frac{\mathrm{d}(m\cdot\vec{v})}{\mathrm{d}t}=m\cdot\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=m\cdot\vec{g}_0 \quad \text{et donc :} \quad \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=\vec{a}=\vec{g}_0$$

Le vecteur accélération du centre d'inertie d'un objet placé uniquement dans un champ de pesanteur est constant et égal au vecteur champ de pesanteur.

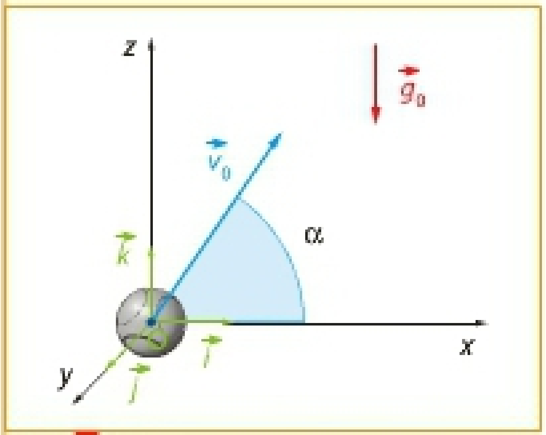


Fig. 3 Le système est lancé de O avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$.

Équation horaire du mouvement

Comme $\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=\vec{a}=\vec{g}_0$, on a donc : $\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}\begin{cases}\mathrm{d}v_x/\mathrm{d}t=a_x=0\\\mathrm{d}v_y/\mathrm{d}t=a_y=0\\\mathrm{d}v_z/\mathrm{d}t=a_z=-g_0\end{cases}$

Par intégration, on en déduit : $\vec{v}(t)\begin{cases}v_x(t)=\mathrm{k}_1\\v_y(t)=\mathrm{k}_2\\v_z(t)=-g_0\cdot t+\mathrm{k}_3\end{cases}$

où k_1, k_2 et k_3 sont des constantes.

La connaissance de la vitesse initiale (donc à $t=0$ s) permet d'écrire :

$$\vec{v}_0\begin{cases}v_{0x}=\mathrm{k}_1=v_0\cdot\cos\alpha\\v_{0y}=\mathrm{k}_2=0\\v_{0z}=-g_0\times 0+\mathrm{k}_3=\mathrm{k}_3=v_0\cdot\sin\alpha\end{cases} \quad \text{d'où} \quad \boxed{\vec{v}(t)\begin{cases}v_x(t)=v_0\cdot\cos\alpha\\v_y(t)=0\\v_z(t)=-g_0\cdot t+v_0\cdot\sin\alpha\end{cases}}$$

Le vecteur vitesse du centre d'inertie d'un objet placé uniquement dans un champ de pesanteur ne dépend pas de la masse de l'objet.

Comme $d\overrightarrow{OG}(t)/dt = \vec{v}(t)$, et connaissant la position initiale (donc à $t = 0$ s),

on peut écrire : $\boxed{\overrightarrow{OG}(t)\begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t \\ y(t) = 0 \\ z(t) = -\dfrac{1}{2} g_0 \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t \end{cases}}$

Les équations horaires du mouvement du centre d'inertie d'un objet traduisent l'évolution de ses coordonnées de position en fonction du temps.

Ici, comme $y(t) = 0$, le mouvement s'effectue uniquement dans le plan (xOz).

Le mouvement du centre d'inertie d'un objet lancé avec un vecteur $\vec{v}_0$ et soumis uniquement à un champ de pesanteur s'effectue dans un plan formé par les vecteurs $\vec{v}_0$ et $\vec{g}_0$.

Caractéristiques de la trajectoire

Comme le mouvement est dans le plan (xOz), la **trajectoire** du centre d'inertie G de l'objet est donnée par la courbe d'équation $z = f(x)$.

Cette équation s'obtient en éliminant le temps t entre $x(t)$ et $z(t)$.

Comme $x(t) = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t$, on a : $t = \dfrac{x(t)}{v_0 \cdot \cos\alpha}$

En reportant dans $z(t)$, on obtient : $z(x) = -\dfrac{1}{2} \cdot g_0 \cdot \left(\dfrac{x}{v_0 \cdot \cos\alpha}\right)^2 + x \cdot \tan\alpha.$

La trajectoire du centre d'inertie d'un objet lancé avec un vecteur $\vec{v}_0$ non nul et soumis uniquement à un champ de pesanteur est une parabole.

➡ Exercices 7 à 12

Repères

La **portée du tir** est la distance entre le point de lancer et le point d'impact sur l'axe horizontal. La **flèche du tir** est la hauteur maximale atteinte par le centre d'inertie du système (Fig. 4).

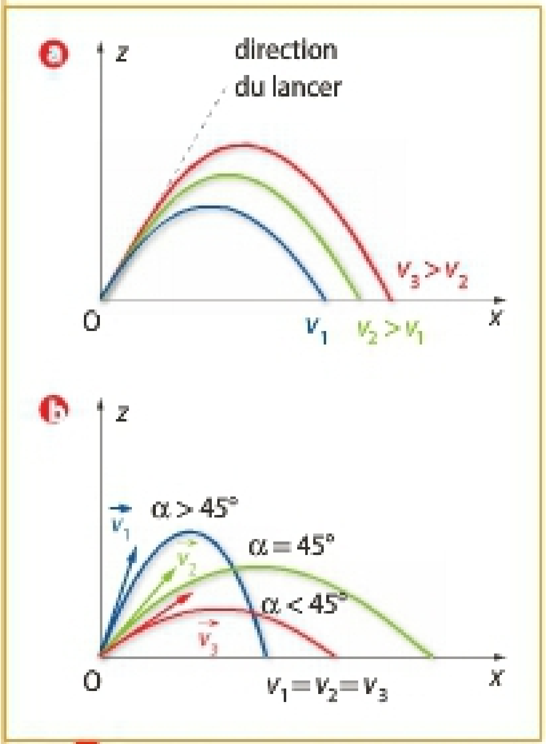


Fig. 4 a Influence de v_0 sur la portée et la flèche. b Influence de l'angle α sur la portée et la flèche.

3 Mouvement dans un champ électrostatique uniforme

› Activité 2

Équations du mouvement

On considère, comme **système** d'étude, une particule ponctuelle de charge q et de masse m, qui pénètre à l'instant $t = 0$ avec une vitesse $\vec{v}_0$ dans un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$ perpendiculaire aux armatures d'un condensateur plan (Fig. 5). L'étude s'effectue dans le **référentiel** du laboratoire considéré comme **galiléen**. On se place dans un **repère** d'espace orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Ce système n'est soumis qu'à l'**action mécanique** qui résulte du champ électrostatique, modélisée par la force $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$, car le poids P est négligeable par rapport à F.

D'après la **deuxième loi de Newton**, on peut écrire :

$m \cdot \vec{a} = \vec{F}$ d'où : $m \cdot \vec{a} = q \cdot \vec{E}$ soit $\vec{a} = \dfrac{q}{m}\vec{E}$

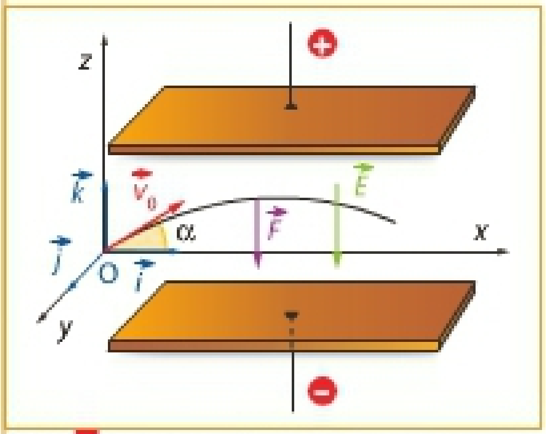


Fig. 5 Charge q positive entrant dans un condensateur plan avec une vitesse v_0

Le vecteur accélération du centre d'inertie d'une particule chargée placée dans un champ électrostatique est dirigé selon le vecteur champ électrostatique.

On en déduit que : $$\vec{v}(t)\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_y(t) = 0 \\ v_z(t) = -\dfrac{q \cdot E}{m} \cdot t + v_0 \cdot \sin\alpha \end{cases}$$

d'où les **équations horaires du mouvement** :

$$\overrightarrow{\mathrm{OG}}(t)\begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t \\ y(t) = 0 \\ z(t) = -\dfrac{1}{2}\,\dfrac{q \cdot E}{m} \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t \end{cases}$$

Le mouvement du centre d'inertie d'une particule chargée placée dans un champ électrostatique avec un vecteur $\vec{v}_0$ non nul s'effectue dans un plan formé par les vecteurs $\vec{v}_0$ et $\vec{E}$.

Caractéristiques de la trajectoire

Dans le plan (xOz), la trajectoire a pour équation :

$$z(x) = -\frac{1}{2}\,\frac{q \cdot E}{m \cdot v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} \cdot x^2 + x \cdot \tan\alpha$$

La trajectoire du centre d'inertie d'une particule chargée placée dans un champ électrostatique avec un vecteur $\vec{v}_0$ non nul est une parabole dont la concavité dépend du signe de la charge q (Fig. 6).

➥ Exercices 13 à 18

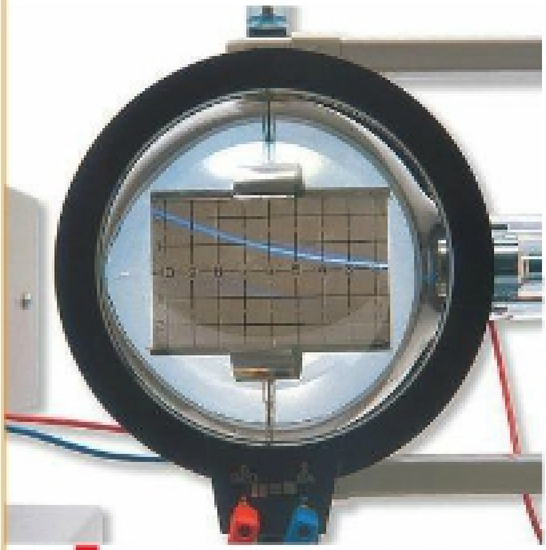


Fig. 6 Matérialisation de la déviation d'un faisceau d'électrons dans un condensateur.

Les compétences à acquérir

1 Connaître *la deuxième loi de Newton*

- Dans un **référentiel galiléen**, la résultante des forces qui modélisent les actions mécaniques appliquées à un système est égale à la dérivée par rapport au temps du vecteur quantité de mouvement du centre d'inertie G de ce système :

$\Sigma\vec{F} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$	avec p en $kg \cdot m \cdot s^{-1}$ t en seconde (s) F en newton (N)

2 Étudier *un mouvement dans un champ de pesanteur*

- Le **vecteur accélération** du centre d'inertie d'un objet placé uniquement dans un champ de pesanteur est constant et égal au **vecteur champ de pesanteur**.
- Sa **trajectoire** est une **parabole**.

3 Étudier *un mouvement dans un champ électrostatique*

- Le **vecteur accélération** du centre d'inertie d'une particule placée dans un champ électrostatique est dirigé selon le **vecteur champ électrostatique**.
- Sa **trajectoire** est une **parabole** dont la concavité dépend du signe de la charge q.

Exercices

Compétence 1

› *Connaître et exploiter la deuxième loi de Newton*

1 QCM

Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

❶ Si deux actions mécaniques se compensent :
- a la résultante des forces est un vecteur non nul ;
- b la résultante des forces est le vecteur nul ;
- c ces deux actions mécaniques sont de même intensité et de même sens ;

❷ Le vecteur accélération du centre d'inertie d'un système en mouvement et la résultante des forces qui s'exercent sur ce système ont :
- a même sens et même direction ;
- b même sens et même intensité ;
- c même direction et même intensité ;
- d des sens opposés et même direction.

❸ Si, pendant une durée Δt, un point est animé d'un mouvement horizontal uniformément accéléré :
- a son vecteur quantité de mouvement est constant ;
- b son vecteur quantité de mouvement varie ;
- c la résultante des forces est verticale ;
- d le vecteur variation de quantité de mouvement est dans le sens du mouvement.

❹ Choisir la représentation exacte de la résultante des deux forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$, qui ont même intensité :

2 Somme vectorielle

1. Construire la représentation de la résultante $\Sigma\vec{F}$ des trois forces dans les deux cas suivants :

2. Dans quelle situation peut-on appliquer la deuxième loi de Newton ?

EXERCICE RÉSOLU

3 Vitesse finale

Un véhicule de masse $m = 750$ kg se déplace sur une route horizontale, à une vitesse $v_i = 25\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Le conducteur accélère pendant une durée Δt de 5,0 secondes. La voiture subit une action mécanique modélisée par une force résultante $\Sigma\vec{F}$ dans le sens du mouvement, d'une valeur moyenne de 750 N.

1. Quel est le référentiel d'étude ?
2. Calculer la variation de la quantité de mouvement Δp du système.
3. Déterminer la vitesse v_f atteinte par le véhicule au bout des 5 secondes.

Aides et méthodes
1. Ce référentiel doit être galiléen.
2. Utiliser la deuxième loi de Newton.
3. $p = m \cdot v$.

Solution

1. Le référentiel terrestre est le référentiel d'étude, il est galiléen car la durée de l'accélération est courte.
2. La force résultante a même direction que l'accélération.

La relation vectorielle $\dfrac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \Sigma\vec{F}$ projetée sur un axe horizontal donne $\Delta p = \Sigma F \cdot \Delta t$.

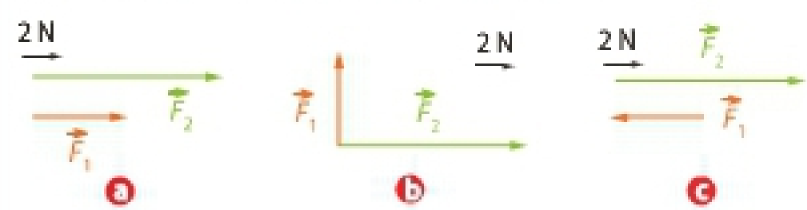
A.N. : $\Delta p = 750 \times 5{,}0 = 3{,}8 \times 10^3\ \text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

3. $\Delta p = m \cdot \Delta v = m \cdot (v_f - v_i)$ soit $v_f = \dfrac{\Sigma F \cdot \Delta t}{m} + v_i$

A.N. : $v_f = \dfrac{750 \times 5{,}0}{750} + 25 = 30\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

4 The resultant of the forces

Draw the representation of the resultant of the forces shown in these illustrations, and give its magnitude.



5 Masse et accélération

Un camion de 2,5 tonnes non chargé possède un moteur qui procure au véhicule une accélération constante $a = 1{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Si le camion transporte maintenant une charge d'une tonne, et que son moteur fonctionne dans les mêmes conditions, quelle est la nouvelle valeur de l'accélération ?

6 Coup de frein

Un conducteur de scooter se déplace horizontalement à une vitesse de valeur $v = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Il freine pendant une durée $\Delta t = 2{,}0$ s, avant d'arriver à un stop et de s'immobiliser.

La masse du système {scooter + conducteur} est $m = 200$ kg.

1. Dans quel référentiel doit-on se placer pour étudier le mouvement du centre d'inertie du système ?
2. **a.** Calculer la variation de la quantité de mouvement Δp pendant la durée Δt.
b. Donner les caractéristiques du vecteur $\Delta\vec{p}$.
c. Quelle loi de Newton doit-on utiliser pour l'étude de ce mouvement ?
d. En déduire le sens et la direction de la résultante des forces.
e. Calculer la valeur de cette résultante.

Compétence 2

› Étudier un mouvement dans un champ de pesanteur

Donnée. *Intensité de la pesanteur terrestre : $g_0 = 9{,}81\ m \cdot s^{-2}$.*

7 QCM

Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

❶ La trajectoire plane d'un projectile dans le repère (O ; *x*, *y*) est donnée, à un instant *t*, par l'équation :

a $y = f(t)$; b $x = f(t)$;
c $x = f(y)$; d $y = f(x)$.

❷ À un point à proximité de la Terre, le champ de pesanteur est :

a uniforme ; b vertical ;
c un champ scalaire ; d le poids.

❸ Dans un plan (*xOy*), un objet est lancé vers le haut à la vitesse initiale v_0 faisant un angle α par rapport à l'horizontale (O*x*). À un instant *t*, la valeur de la vitesse v_x de cet objet est :

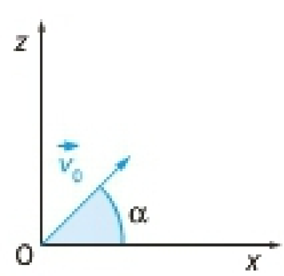
a $v_x = g \cdot t + v_0 \cdot \cos\alpha$; b $v_x = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin\alpha$;
c $v_x = v_0 \cdot \cos\alpha$; d $v_x = v_0 \cdot \sin\alpha$.

❹ Dans les mêmes conditions, la valeur de v_y est :

a $v_y = g \cdot t + v_0 \cdot \cos\alpha$; b $v_y = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin\alpha$;
c $v_y = -g \cdot t + v_0 \cdot \cos\alpha$; d $v_y = v_0 \cdot \sin\alpha$.

8 Différents mouvements

Au voisinage de la surface de la Terre, une balle est lancée dans un plan (*xOz*), comme indiqué sur la figure.



Pour les valeurs suivantes de l'angle α, indiquer quel est le mouvement du centre d'inertie de la balle :

a. α = 0 ; **b.** α = 90 ° ; **c.** α = – 90 °.

9 Chute libre verticale

On souhaite étudier les caractéristiques du mouvement d'une petite bille de masse *m*, qui est lâchée sans vitesse initiale d'une hauteur *h* = 1,0 m. On choisit le référentiel terrestre, que l'on considère comme galiléen pour cette étude. On lui associe un axe vertical (O*z*), dirigé vers le bas, dont l'origine correspond à la position initiale de la bille à *t* = 0.

La bille n'est soumise qu'à l'action mécanique de la Terre, qui se modélise par le poids $\vec{P}$ de la bille : elle est dite en chute libre.

1. Établir la relation entre le vecteur accélération du centre d'inertie de la bille et le vecteur champ de pesanteur.

2. En déduire les équations horaires du vecteur vitesse $v_z(t)$ et du vecteur position *z*(*t*).

3. Quelle est la durée de la chute ?

4. Quelle est la vitesse de la bille à l'instant où elle va toucher le sol ?

10 Lancer vertical

1. Reprendre les questions de l'exercice **9** en supposant que la bille est lancée verticalement vers le haut, avec une vitesse initiale de valeur $v_0 = 3{,}00\ m \cdot s^{-1}$.

2. Quelle hauteur maximale la bille peut-elle atteindre ?

11 Lancer saturnien du javelot

L'athlète tchèque Barbora Špotáková détient le record du monde de lancer du javelot, avec un jet de 72,28 m établi le 13 septembre 2008, à Stuttgart (Allemagne).

On assimile le javelot à un objet ponctuel de masse *m*, lancé au niveau du sol avec une vitesse initiale v_0 faisant un angle α = 45° par rapport à l'horizontale. Sa trajectoire est étudiée dans un repère (O ; *x*, *y*) dont l'origine correspond au point de départ du javelot. On néglige toute action de l'air sur le javelot.

1. Donner l'expression de la trajectoire dans le référentiel terrestre, considéré comme galiléen.

2. En déduire la valeur de v_0.

3. Quel serait ce record sur la planète Saturne, où l'intensité du champ de pesanteur a pour valeur $g_{0S} = 11{,}50\ m \cdot s^{-2}$?

12 ★ Champ de pesanteur solaire

L'intensité du champ de pesanteur d'une planète ou d'une étoile de masse *M* et de rayon *R* a pour expression à une altitude *h* :

$$g(h) = G\frac{M}{(R+h)^2}$$

1. Quelle est l'expression du champ de pesanteur local g_{0S} du Soleil ?

2. Calculer sa valeur et justifier son unité.

3. Comparer g_{0S} à g_0, l'intensité de pesanteur au voisinage de la Terre.

4. Donner l'équation de la trajectoire d'un objet ponctuel lancé avec une vitesse initiale $v_0 = 25\ m \cdot s^{-1}$ et faisant un angle α = 30° avec l'horizontale, dans le champ de pesanteur terrestre, puis dans le champ de pesanteur solaire.

5. La portée de cet objet sera-t-elle la même à la surface de la Terre et à la surface du Soleil ?

Données. *Constante de gravitation universelle :*
$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$.
Rayon du Soleil : $R_S = 6{,}96 \times 10^5$ km.
Masse du Soleil : $M_S = 1{,}99 \times 10^{30}$ kg.

Exercices

Compétence 3

› Étudier un mouvement dans un champ électrostatique

***Donnée.** Charge élémentaire : $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C.*

13 VRAI ou FAUX ?

En justifiant, indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

1. Un champ électrostatique $\vec{E}$ est uniforme si son intensité E est la même dans tout l'espace.
2. Dans un condensateur plan, le champ électrostatique est toujours orienté de l'armature chargée positivement vers l'armature chargée négativement.
3. L'accélération $\vec{a}$ d'une particule dans un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$ est toujours perpendiculaire à $\vec{E}$.
4. La trajectoire d'une particule de charge q et de masse m dans un champ électrostatique uniforme est toujours indépendante de m.

14 La bonne polarité

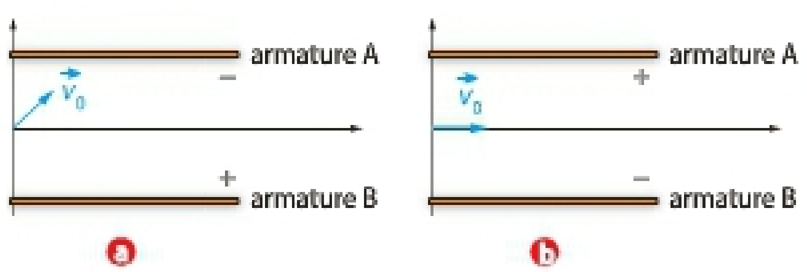
Un faisceau d'électrons pénètre avec une vitesse initiale v_0 horizontale entre les deux armatures horizontales d'un condensateur plan.

1. Représenter cette situation à l'aide d'un schéma.

2. a. On souhaite que les électrons soient déviés vers le haut. Représenter sur ce schéma la force électrostatique $\vec{F}$ responsable de cette déviation.
b. Ajouter sur le schéma le vecteur champ électrostatique $\vec{E}$.
c. En déduire la polarité des armatures.

15 Placer les vecteurs

Une particule chargée positivement entre dans un condensateur plan où règne un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$. Sur les deux figures ci-dessous, seul le vecteur vitesse initiale $\vec{v_0}$ de cette particule est représenté.



1. Reproduire ces figures et tracer sur chacune d'elles le vecteur $\vec{E}$ puis le vecteur accélération $\vec{a}$ de la particule.

2. Compléter les figures en traçant l'allure de la trajectoire de la particule.

16 Poids d'un électron

Un électron de masse $m = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg et de charge $-e$ pénètre dans un champ électrostatique uniforme de valeur $E = 100\ \text{V} \cdot \text{m}^{-1}$.

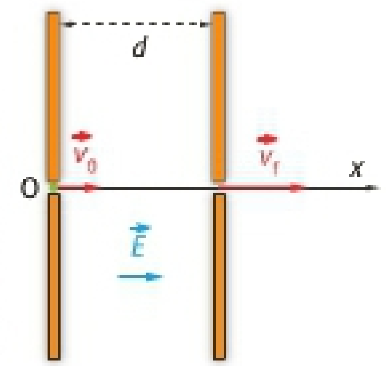
La valeur de l'intensité de pesanteur est, dans ce condensateur plan : $g_0 = 9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Calculer la valeur de la force électrostatique $\vec{F}$ qui modélise l'action mécanique qui s'exerce sur l'électron dans le champ $\vec{E}$.

2. Calculer son poids P.

3. Peut-on négliger le poids de l'électron par rapport à la force électrostatique ?

17 Accélération d'un proton



Dans un accélérateur linéaire de particules, un proton de charge e et de masse $m = 1{,}7 \times 10^{-27}$ kg pénètre avec une vitesse initiale de valeur $v_0 = 2{,}0 \times 10^3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, perpendiculaire aux armatures d'un condensateur plan. Dans ce condensateur règne un champ électrostatique uniforme de valeur $E = 1{,}0\ \text{kV} \cdot \text{m}^{-1}$. Le poids du proton est négligé. Sa vitesse finale doit être $v_f = 2\,v_0$.

1. a. Quelles sont les caractéristiques de la force $\vec{F}$ qui modélise l'action mécanique appliquée au proton ?
b. Écrire la deuxième loi de Newton appliquée au proton. Projeter cette relation sur l'axe (Ox) et établir une relation entre l'accélération a_x, E, m et e.

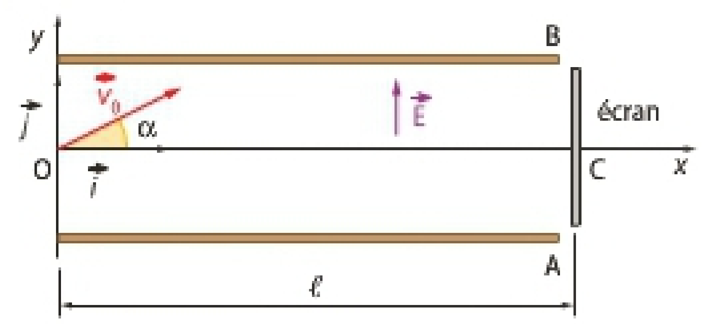
2. a. Quel est le mouvement du proton ?
b. Justifier le nom d'accélérateur linéaire donné à ce dispositif.

3. Le mouvement est étudié selon un axe horizontal (Ox), orienté dans le sens du mouvement, dont l'origine coïncide avec la position d'entrée de la particule dans le condensateur. Déterminer les équations horaires de la vitesse $v(t)$ et de la position $x(t)$ du proton.

4. a. À quel instant t le proton a-t-il atteint la vitesse v_f ?
b. En déduire la distance d entre les deux armatures.

18 Le bon angle

Un électron pénètre dans un condensateur plan, comme indiqué sur la figure ci-dessous.



1. a. Établir l'équation de la trajectoire de cet électron.
b. Quelle est la nature de cette trajectoire ?

2. a. Exprimer littéralement la condition que doit vérifier α pour que l'électron arrive au centre C de l'écran.
b. Calculer α pour $\ell = 15$ cm.

***Données.** $E = 790\ \text{V} \cdot \text{m}^{-1}$; masse de l'électron : $m = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg ; $v_0 = 1{,}0 \times 10^7\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.*

Exercices de synthèse

Pour préparer le BAC

Données. *Intensité de la pesanteur terrestre : $g_0 = 9{,}81$ m · s^{-2}.*
Charge élémentaire : $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C.

19 De la position à l'accélération

On considère un repère plan orthonormé dont l'origine est au niveau du sol et l'axe (Oy) orienté vers le haut. Dans ce repère, le centre d'inertie d'un solide de masse $m = 0{,}250$ kg a pour coordonnées, en fonction du temps t :

$$x(t) = -4{,}00\, t^2 + 6{,}00\, t \quad \text{et} \quad y(t) = 3{,}00\, t + 1{,}00.$$

1. À quelle hauteur se trouve le centre d'inertie G du solide à l'instant initial $t = 0$?

2. Donner l'expression des coordonnées $v_x(t)$ et $v_y(t)$ du vecteur vitesse de G en fonction du temps t.

3. Quelle est la valeur de la vitesse initiale v_0 ?

4. Sous quel angle α par rapport à l'axe (Ox) le solide a-t-il été lancé ?

5. Quelles sont les coordonnées du vecteur accélération ? En déduire ses caractéristiques.

6. Quelles sont les caractéristiques de la résultante $\Sigma\vec{F}$ des forces qui modélisent les actions mécaniques qui s'appliquent sur le solide ?

20 Poids et poussée d'Archimède

La poussée d'Archimède est l'action exercée par un fluide (gaz ou liquide) sur un solide dans lequel il est partiellement ou entièrement immergé. Cette action est modélisée par une force que l'on notera $\vec{P}_A$. Elle est verticale, dirigée vers le haut et a pour intensité $P_A = \rho_{fluide} \cdot V \cdot g_0$ où V est le volume immergé du solide et ρ_{fluide}, la masse volumique du fluide.

Une bille en verre de masse volumique $\rho_v = 2{,}5 \times 10^3$ kg · m^{-3} et de rayon $r = 1{,}0 \times 10^{-2}$ m se déplace dans l'air, de masse volumique $\rho_{air} = 1{,}3$ kg · m^{-3} au voisinage de la Terre.

1. Quelle est l'autre action mécanique qui s'exerce sur la bille ?

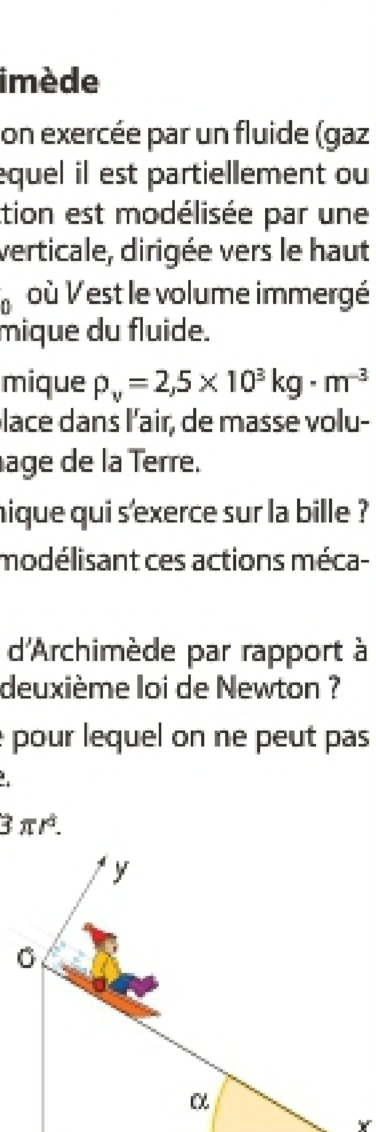
2. Calculer les valeurs des forces modélisant ces actions mécaniques.

3. Peut-on négliger la poussée d'Archimède par rapport à l'autre force dans l'écriture de la deuxième loi de Newton ?

4. Donner un exemple de solide pour lequel on ne peut pas négliger la poussée d'Archimède.

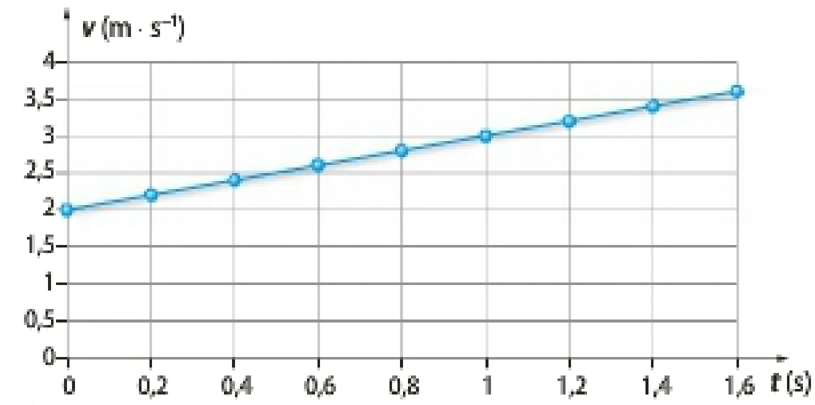
Donnée. *Volume d'une sphère : $V = 4/3\, \pi r^3$.*

21 La luge



Le système {enfant + luge}, de masse m, dévale une piste faisant un angle α avec l'horizontale. On néglige les frottements de l'air et de la piste.

Le mouvement du centre d'inertie du système est enregistré et on obtient, à l'aide d'un logiciel, la représentation graphique $v = f(t)$ suivante.



1. Dans quel référentiel ce mouvement est-il étudié ?

2. Quelle est la vitesse initiale du système ?

3. a. À l'aide de la courbe $v = f(t)$, déterminer la valeur de l'accélération du centre d'inertie du système.
b. Quels sont le sens et la direction du vecteur $\vec{a}$?

4. a. Quelles sont les actions mécaniques qui s'exercent sur le système ?
b. Représenter les forces modélisant ces actions sur un schéma.

5. a. Établir la relation vectorielle liant ces forces et l'accélération.
b. Écrire cette relation dans le repère (O ; x, y).
c. En déduire la valeur de l'angle α.

22 Le putt

Pour terminer son parcours, un golfeur doit effectuer son dernier putt au trou n° 18. Pour cela, la balle doit parcourir en ligne droite une distance $d = 5{,}0$ m, sur un green parfaitement horizontal, pendant une durée $\Delta t = 3{,}0$ s. Par l'intermédiaire de son putter, le golfeur communique à la balle une vitesse initiale $v_0 = 3{,}0$ m · s^{-1}. La balle doit s'arrêter au niveau du trou. Sa masse est $m = 46$ g.

1. a. Quel est le mouvement de la balle dans le référentiel terrestre, supposé galiléen ?
b. Déterminer la valeur de l'accélération de la balle, supposée constante.

2. a. En appliquant la loi de Newton appropriée, déterminer les caractéristiques de la résultante des forces qui modélisent les actions mécaniques qui agissent sur la balle.
b. À quelle action mécanique correspond cette résultante ?

23 Hauteur et vitesse

Une balle est lancée verticalement vers le haut à la vitesse v_0 à partir du sol. Elle atteint une hauteur $h = 20$ m avant de retomber et de s'immobiliser au niveau du point de lancer.

1. Quel référentiel d'étude choisir pour étudier le mouvement du centre d'inertie de cette balle ?

2. Quel repère utiliser afin que l'étude soit la plus simple possible ?

3. On néglige toute action due à l'air sur la balle. Écrire la deuxième loi de Newton.
a. En déduire la coordonnée du vecteur accélération dans le repère choisi.
b. Déterminer la coordonnée de la vitesse et celle de la position à un instant t dans ce repère.

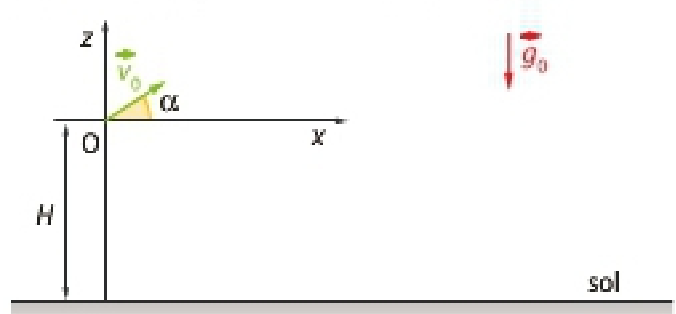
4. Quelle est la vitesse de la balle quand elle a parcouru la distance h ? En déduire la valeur de la vitesse initiale donnée à cette balle.

5. Quelle est la durée totale du mouvement ?

24 Vrai ou faux ?

À chaque affirmation, répondre par vrai ou par faux en justifiant votre choix.

On considère un projectile évoluant dans le champ de pesanteur terrestre, supposé uniforme. Le projectile, de masse m, est lancé à la date $t = 0$ s d'un point O, origine du repère (O ; x, z). Le vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ fait un angle $\alpha = 55°$ avec l'horizontale. Le mouvement s'effectue dans le plan vertical contenant les axes (Ox) et (Oz), dans le champ de pesanteur $\vec{g}_0$, parallèle à (Oz). On se place dans le référentiel terrestre, supposé galiléen et on néglige toute résistance de l'air.



1. Le vecteur accélération $\vec{a}$ du centre d'inertie G du projectile ne dépend pas des conditions initiales.

2. Le projeté du centre d'inertie G du projectile sur l'axe vertical (Oz) est animé d'un mouvement rectiligne et uniforme.

3. La trajectoire du centre d'inertie G du projectile est parabolique, quelle que soit la valeur de α.

4. Dans le cas où le projectile est lancé d'une hauteur H au-dessus du sol avec une vitesse $\vec{v}_0$ horizontale, l'abscisse de son point de chute est : $x = v_0\sqrt{\dfrac{2H}{g_0}}$.

25 Pénalité

Au rugby, les points marqués grâce aux pénalités ou aux transformations prennent une importance parfois capitale dans certains matchs très serrés au niveau du score.

Étudions les caractéristiques d'un coup de pied. Le ballon est posé au sol à 40 m des poteaux. Lors de la frappe, il acquiert une vitesse v_0 et il s'élève en faisant un angle $\alpha = 55°$ par rapport à l'horizontale. Pour que les points soient marqués, le ballon doit passer au-dessus de la barre transversale, qui est à une hauteur de 3,4 m par rapport à la pelouse.

Le ballon de masse m est assimilé à son centre d'inertie. Sa trajectoire est dans un plan vertical. On néglige donc les effets donnés au ballon et toute action de l'air. Le repère d'espace (O ; x, y) a pour origine le point de départ du ballon. L'axe (Oy) est vertical et dirigé vers le haut.

1. Faire un schéma de la situation.

2. Exprimer dans le repère les coordonnées du vecteur $\vec{v}_0$ en fonction de v_0 et α.

3. Appliquer la deuxième loi de Newton pour déterminer les coordonnées du vecteur accélération dans le repère considéré.

4. En déduire les coordonnées du vecteur vitesse et du vecteur position à un instant t.

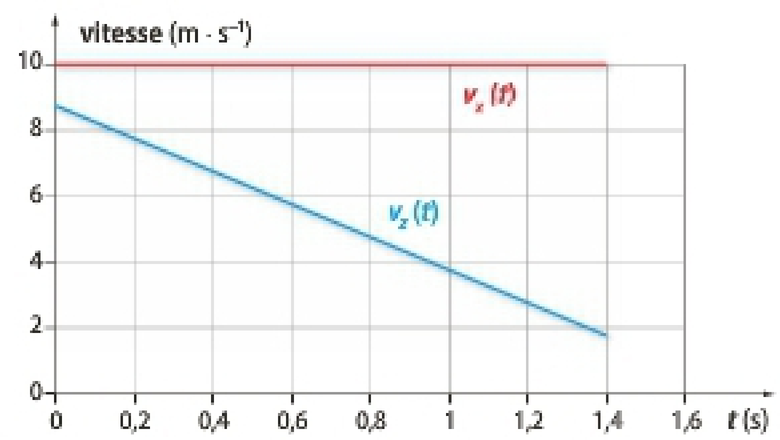
5. Quelle est l'équation de la trajectoire ?

6. Quelle est la valeur minimale de la vitesse initiale à donner au ballon afin que le coup de pied soit réussi ?

7. Si le joueur ne peut donner une telle vitesse au ballon, sur quel autre paramètre peut-il agir au moment de la frappe ?

26 ★ Primitive

Dans un repère (O ; x, z), un solide est lancé dans le champ de pesanteur $\vec{g}_0$ parallèle à (Oz), avec une vitesse initiale v_0 et selon un angle α. On étudie le mouvement de son centre d'inertie, mesuré par rapport à l'horizontale, ce qui permet de tracer les courbes suivantes.



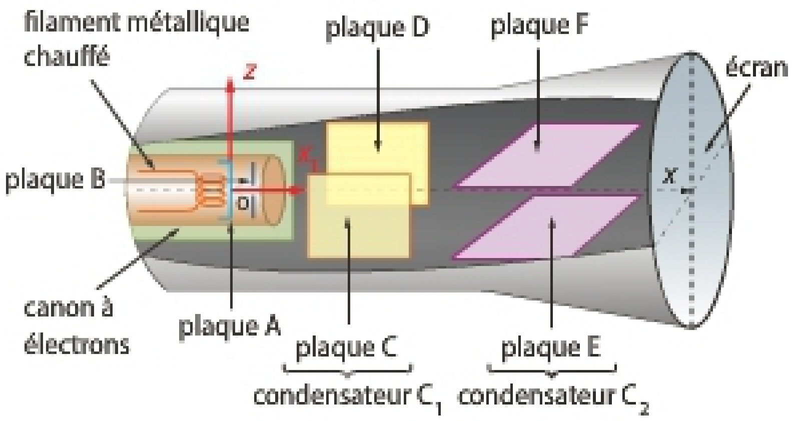
1. **a.** Exprimer les coordonnées de $\vec{v}_0$ en fonction de v_0 et α.
b. En déduire, à partir des graphes, les valeurs de v_0 et de α.

2. **a.** Pour t compris entre 0 et 1,4 s, calculer les aires entre chaque courbe et l'axe des abscisses.
b. Quelles sont les unités de ces aires ?
c. En déduire ce que représentent ces surfaces.

27 ★ L'oscilloscope

Un oscilloscope comporte un tube cathodique, qui se divise en quatre parties :
– un canon à électrons, où le faisceau d'électrons est créé et les électrons accélérés ;

– un condensateur plan C_1 d'armatures verticales, à l'intérieur duquel les électrons sont déviés horizontalement ;
– un condensateur plan C_2 d'armatures horizontales, à l'intérieur duquel les électrons sont déviés verticalement ;
– un écran fluorescent, sur lequel l'impact du faisceau laisse une trace lumineuse : le spot.



On étudie le système électron, de charge – e, dans le référentiel terrestre supposé galiléen. L'action mécanique de la Terre sur l'électron est négligée.

Donnée. *Masse de l'électron : $m = 9,1 \times 10^{-31}$ kg.*

Les électrons émis ont une vitesse initiale négligeable. Ils sont ensuite accélérés à l'intérieur d'un condensateur plan où règne un champ électrostatique uniforme $\vec{E}_1$. Sa valeur est $E_1 = U_{AB}/d_{AB}$, avec $U_{AB} = -1,8$ kV et d_{AB} la distance entre les deux armatures.

1. Rappeler les trois caractéristiques du vecteur champ électrostatique à l'intérieur d'un condensateur plan.

2. a. Dans le repère (O ; x_1), appliquer la deuxième loi de Newton à l'électron afin de déterminer les expressions de la vitesse $v_1(t)$ de l'électron et de sa position $x_1(t)$ entre les armatures A et B.
b. Déterminer l'expression de la vitesse v_1 d'un électron lorsqu'il parvient à la plaque B du condensateur en fonction de e, m et U_{AB}.
c. Calculer la valeur de cette vitesse en utilisant l'égalité approchée : $\sqrt{6,4} = 2,5$.

3. Pour simplifier l'étude, on ne s'intéresse qu'à la déviation du faisceau dans le condensateur C_2. Celui-ci est soumis à une tension $U_{FE} = U$, qui crée un champ électrostatique uniforme $\vec{E}_2$ tel que $E_2 = U/d_{EF}$ où d_{EF} est la distance entre les deux armatures. On considère que le mouvement de l'électron est plan et s'effectue dans le plan (xOz). Un électron arrive en O avec la vitesse v_1 de direction (Ox) à la date $t_0 = 0$.

Dans ce nouveau repère, établir, en fonction de E_2, m et e, les expressions des coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}_2$ de l'électron, les expressions des coordonnées du vecteur position à l'intérieur du condensateur C_2 et l'équation de la trajectoire.

En route vers le Supérieur

28 ★★ La chute d'un grêlon

La grêle se forme dans les cumulo-nimbus situés entre 1 000 m et 10 000 m d'altitude, où la température est très basse, jusqu'à – 40 °C. Le grêlon tombe lorsqu'il n'est plus maintenu au sein du nuage. Au sol, sa vitesse peut atteindre 160 km · h^{-1}.

On étudie un grêlon de masse $m = 13$ g qui tombe d'un point O d'altitude 1 500 m sans vitesse initiale. Il peut être assimilé à une sphère de diamètre $D = 3,0$ cm.

Le point O sera pris comme origine d'un axe (Oz) orienté positivement vers le bas.

Données. *L'intensité de la pesanteur sera considérée comme constante et de valeur $g_0 = 9,80$ m · s^{-2}.*

Volume d'une sphère de rayon r : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Masse volumique de l'air : $\rho = 1,3$ kg · m^{-3}.

A. Chute libre

On admettra que le grêlon tombe en chute libre (on ne considère donc que l'action mécanique de la Terre).

1. En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminer les équations horaires donnant la vitesse et la position du centre d'inertie G du grêlon en fonction de la durée t de la chute.

2. Calculer la valeur de la vitesse lorsqu'il atteint le sol. Ce résultat est-il vraisemblable ? Justifier.

B. Chute réelle

En réalité, le grêlon est soumis à deux autres actions mécaniques qui se modélisent par deux forces : la poussée d'Archimède $\vec{P}_A$ et la force de frottement fluide $\vec{F}$ proportionnelle au carré de la vitesse v, telle que $F = K \cdot v^2$.

3. Par une analyse dimensionnelle, déterminer l'unité du coefficient K dans le système international.

4. L'expression de la poussée d'Archimède est :

$$\vec{P}_A = \rho \cdot V \cdot \vec{g}_0.$$

Calculer sa valeur et la comparer à celle du poids. Conclure.

5. On néglige maintenant la poussée d'Archimède.
a. Montrer que l'accélération peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{dv}{dt} = A - B \cdot v^2$$

b. Le tableau suivant est un extrait d'une feuille de calcul des valeurs de la vitesse (v) et de l'accélération (a) en fonction du temps (t). Il correspond aux valeurs A = 9,80 m · s^{-2} et B = 1,56 × 10^{-2} m^{-1}, avec un pas de variation $\Delta t = 0,5$ s.
Déterminer a_4 et v_5 en détaillant les calculs.
c. Exprimer littéralement la vitesse limite atteinte par le grêlon en fonction de A et B, puis calculer sa valeur numérique.

t (s)	v (m · s^{-1})	a (m · s^{-2})
0,00	0,00	9,80
0,50	4,90	9,43
1,00	9,61	8,36
1,50	13,8	6,83
2,00	17,2	a_4
2,50	v_5	3,69
3,00	21,6	2,49

Pour préparer le BAC

Les compétences évaluées

- Connaître et exploiter la deuxième loi de Newton.
- Étudier un mouvement dans un champ de pesanteur.

Énoncé type

L'Airbus A300 Zéro-G

Le Centre national d'études spatiales (CNES) mène un programme de vols paraboliques à l'aide d'un Airbus spécialement aménagé, l'A300 Zéro-G, afin de réaliser des expériences scientifiques en impesanteur.

Avant d'effectuer une parabole, l'A300 est en situation de vol en palier *(fig. 1)*. Sa trajectoire est une droite, son altitude et sa vitesse sont constantes. L'avion est soumis à quatre actions mécaniques modélisées par les forces suivantes *(fig. 2)* : le poids $\vec{P}$ de l'avion, la poussée des moteurs $\vec{\pi}$, la traînée $\vec{T}$ due aux frottements de l'air et la portance $\vec{R}$ due à la circulation de l'air autour des ailes, qui crée une surpression sous l'aile et une dépression au-dessus de l'aile.

Figure 1

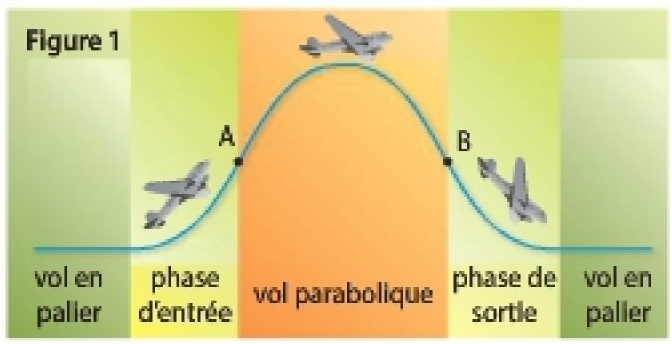
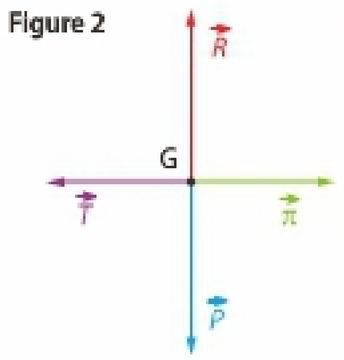


Figure 2



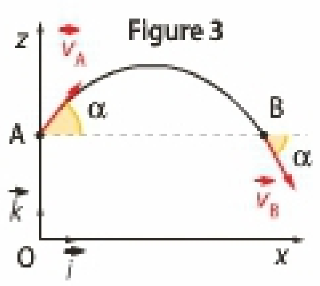
Donnée. *Intensité de la pesanteur à l'altitude où évolue l'avion :* $g = 9{,}78\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Afin d'effectuer une parabole, le pilote cabre d'abord l'avion pour atteindre un angle α. Puis il manœuvre l'avion afin que la portance exercée sur les ailes s'annule et que $\vec{\pi}$ compense exactement $\vec{T}$.

1. Énoncer la deuxième loi de Newton. Déterminer le vecteur accélération $\vec{a}$ du centre d'inertie G de l'avion.

2. On souhaite étudier la trajectoire du centre d'inertie G de l'avion dans le repère d'étude $(O\,;\vec{i},\vec{k})$ *(fig. 3)*. L'origine des dates est choisie à l'instant où l'avion arrive au point A se trouvant à une altitude z_A. Le vecteur vitesse initiale $\vec{v}_A$ du point G est incliné d'un angle $\alpha = 49°$ par rapport à l'horizontale et $v_A = 145\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Figure 3



a. Donner les expressions de a_x et de a_z, coordonnées du vecteur accélération du point G dans le repère d'étude.

b. En déduire les coordonnées v_x et v_z du vecteur vitesse du point G.

3. À la date t_B, le système se trouve au point B, de même altitude que le point A, avec un vecteur vitesse $\vec{v}_B$ dont la direction fait un angle α avec l'horizontale *(fig. 3)* et dont la valeur est la même qu'au point A : $v_B = v_A = 145\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Déterminer, au point B, l'expression littérale de la projection v_{Bz} du vecteur vitesse sur l'axe (Oz) en fonction uniquement de v_A et α. En déduire la valeur de la date t_B en seconde.

Coups de pouce

1. La relation qui découle de la deuxième loi de Newton est vectorielle.

2. a. Vérifier l'orientation des axes du repère par rapport aux vecteurs.

b. Les coordonnées du vecteur vitesse sont déduites des coordonnées du vecteur accélération et des conditions initiales.

3. $v_z(t_B) = v_{Bz}$.

EXEMPLE DE RÉSOLUTION

1. Dans un référentiel galiléen, la résultante des forces appliquées à un système est égale à la dérivée par rapport au temps du vecteur quantité de mouvement du centre d'inertie de ce système.

Soit : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} + \vec{\pi} = \dfrac{d\vec{p}}{dt} = m \cdot \vec{a}$.

Or ici, la poussée des moteurs compense la traînée et donc : $\vec{T} + \vec{\pi} = \vec{0}$.

La portance s'annule soit : $\vec{R} = \vec{0}$, il ne reste que : $\vec{P} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \vec{g}$ soit $\boldsymbol{\vec{a} = \vec{g}}$.

2. a. (Oz) est orienté vers le haut, donc : $\boldsymbol{a_x = 0}$ et $\boldsymbol{a_z = -g}$.

b. Comme $a_x = \dfrac{dv_x(t)}{dt} = 0$ et $a_z = \dfrac{dv_z(t)}{dt} = -g$, on en déduit :

$v_x(t) = k_1$ et $v_z(t) = -g \cdot t + k_2$ avec k_1 et k_2 des constantes.

À $t = 0$, $v_{0x} = v_A \cdot \cos\alpha = k_1$ et $v_{0z} = v_A \cdot \sin\alpha = k_2$

On a donc $\boldsymbol{v_x(t) = v_A \cdot \cos\alpha}$ et $\boldsymbol{v_z(t) = -g \cdot t + v_A \cdot \sin\alpha}$

3. $v_{Bx} = v_B \cdot \cos\alpha$ et $v_{Bz} = -v_B \cdot \sin\alpha$.

Or comme $v_B = v_A$, on a : $\boldsymbol{v_{Bz} = -v_A \cdot \sin\alpha}$

D'après l'expression de v_z établie à la question **2.b** :

$v_z(t_B) = -g \cdot t_B + v_A \cdot \sin\alpha = -v_A \cdot \sin\alpha$.

$$t_B = \frac{2v_A \cdot \sin\alpha}{g}$$

A.N. : $t_B = \dfrac{2 \times 145 \times \sin 49°}{9{,}78}$ soit $\boxed{t_B = 22\ \text{s}}$

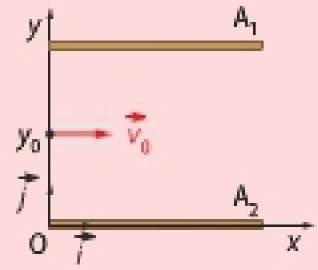
Pour préparer le BAC

Les compétences évaluées
- Connaître et exploiter la deuxième loi de Newton.
- Étudier un mouvement dans un champ électrostatique.

Énoncé type

Déviation dans un champ électrostatique

Un champ électrostatique uniforme de valeur $E = 5\,200\ \text{V} \cdot \text{m}^{-1}$, est créé par un condensateur plan constitué de deux armatures planes et horizontales A_1 et A_2 reliées à un générateur de tension. Des électrons pénètrent dans le champ $\vec{E}$ à l'ordonnée y_0 et sont animés de la même vitesse $\vec{v}_0$ parallèle aux plaques.



Données. *Masse de l'électron : $m = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg.*
Charge élémentaire : $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C.
Intensité du champ de pesanteur local : $g_0 = 9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Montrer par un calcul qu'il est légitime de négliger la valeur du poids $\vec{P}$ de l'électron, qui modélise l'action de la Terre sur l'électron, par rapport à la valeur de la force électrostatique $\vec{F}$, qui modélise l'action du champ $\vec{E}$ sur l'électron.

2. En citant la loi utilisée, établir l'expression vectorielle de l'accélération de l'électron en fonction de e, m et $\vec{E}$.

3. a. On souhaite que l'électron soit dévié vers le bas. Reproduire la figure ci-dessus et représenter (sans souci d'échelle) $\vec{E}$ et la force électrostatique $\vec{F}$.

b. Quelle est l'armature chargée positivement ?

4. a. Exprimer les composantes du vecteur accélération dans le repère représenté sur la figure ci-dessus.

b. En déduire les équations horaires du mouvement de l'électron dans ce repère.

c. Montrer que l'équation de la trajectoire est de la forme :
$y = Ax^2 + B$ où A et B sont des constantes.

d. Vérifier que la constante A est liée à l'accélération a par la relation : $A = -\dfrac{a}{2v_0^2}$.

e. Calculer A pour $v_0 = 1{,}5 \times 10^7\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Coups de pouce

1. Rappeler, puis utiliser les relations permettant de calculer les valeurs de P et F.

2. Chercher la résultante des forces s'exerçant sur l'électron.

3. b. Rappeler l'orientation du champ électrostatique dans un condensateur plan.

4. a. L'axe vertical est orienté vers le haut.

b. Les coordonnées du vecteur vitesse sont déduites de celles du vecteur accélération et des conditions initiales. Puis les coordonnées du vecteur position sont déduites de celles du vecteur vitesse et des conditions initiales.

c. Écrire l'expression du temps t en fonction de x, puis reporter t dans $y(t)$.

d. Déterminer l'expression de la valeur de l'accélération.

e. Ce résultat doit être exprimé avec une unité.

EXEMPLE DE RÉSOLUTION

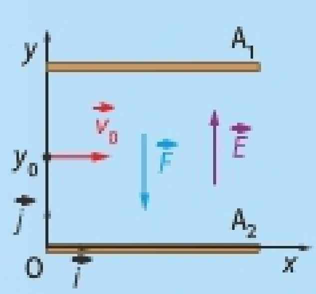
1. $P = m \cdot g_0$ soit $P = 9{,}1 \times 10^{-31} \times 9{,}81 = 8{,}9 \times 10^{-30}$ N.
$F = |-e| \cdot E$ soit $F = 1{,}6 \times 10^{-19} \times 5\,200 = 8{,}3 \times 10^{-16}$ N.
Cette force est 10^{14} fois plus élevée que le poids, **qui peut donc** être négligé.

2. La **deuxième loi de Newton** permet d'écrire $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = m \cdot \vec{a} = \vec{F}$

avec $\vec{F} = -e \cdot \vec{E}$ soit : $\vec{a} = \dfrac{-e \cdot \vec{E}}{m}$.

3. a. La force électrostatique va dévier l'électron vers le bas.

Comme $\vec{E} = -\dfrac{\vec{F}}{e}$, le champ est de sens opposé à la force.



b. Le champ électrostatique est orienté de l'armature chargée positivement vers l'armature chargée négativement, l'armature **A_2 est donc chargée positivement.**

4. a. Dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, les coordonnées du vecteur accélération sont : $a_x = 0$ et $a_y = -e \cdot E/m$.

b. On en déduit, à l'aide des conditions initiales, que :
$\boldsymbol{v_x(t) = v_0}$ **et** $\boldsymbol{v_y(t) = (-e \cdot E/m) \cdot t}$.
De même, les coordonnées du vecteur position sont déduites de $v_x(t)$ et $v_y(t)$ et des conditions à $t = 0$:

$\boldsymbol{x(t) = v_0 \cdot t}$ **et** $\boldsymbol{y(t) = (-\frac{1}{2} e \cdot E/m) \cdot t^2 + y_0}$.

c. À partir de $x(t)$, on détermine : $t = x/v_0$, que l'on reporte dans $y(t)$

soit $\boldsymbol{y(x) = (-\frac{1}{2} \cdot e \cdot E/m) \cdot (x/v_0)^2 + y_0}$.

Cette équation est bien de la forme : $y = Ax^2 + B$

avec $A = -\dfrac{1}{2} \dfrac{e \cdot E}{m \cdot v_0^2}$ et $B = y_0$.

d. Comme $a = \dfrac{e \cdot E}{m}$ on obtient : $A = \dfrac{-a}{2v_0^2}$.

e. $a = \dfrac{1{,}6 \times 10^{-19} \times 5\,200}{9{,}1 \times 10^{-31}} = 9{,}1 \times 10^{14}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

$A = \dfrac{-9{,}1 \times 10^{14}}{2 \times (1{,}5 \times 10^7)^2}$

Soit : $\boxed{A = -2{,}0\ \text{m}^{-1}}$